

**ΕΘΝΙΚΟ ΚΑΙ ΚΑΠΟΔΙΣΤΡΙΑΚΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ ΤΜΗΜΑ ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ**

ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ «ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΗΣ ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΗΣ ΚΑΙ ΧΡΗΜΑΤΟΟΙΚΟΝΟΜΙΚΗΣ»

ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗ

## «ΔΙΟΙΚΗΣΗ, ΑΝΑΛΥΤΙΚΗ ΚΑΙ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΑΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΕΩΝ»

Master of Science in

Business Administration, Analytics and Information Systems

**Επιχειρησιακή Έρευνα**

**Εργασία Εξαμήνου**

**Κωνσταντίνος Κουτσομπίνας**

Αθήνα 24/12/2024

1. Μοντέλο Γραμμικού προγραμματισμού

**Μεταβλητές:**

Χ1, Χ2, Χ3, Χ4, Χ5, Χ6 : Η ποσότητα παραγωγής προϊόντος για κάθε μήνα 1-6.

**Αντικειμενική Συνάρτηση:**

H αντικειμενική συνάρτηση είναι η ελαχιστοποίηση του κόστους, όπου κόστος είναι το κόστος παραγωγής + 1.4% επί του κόστους παραγωγής για κάθε αυτοκίνητο που μένει απόθεμα

ΑΡΑ:

Min Z = 23000Χ1 + 24000 Χ2 + 24500 Χ3 + 24500 Χ4 + 24000 Χ5 + 26000 Χ6 +

0.014 \* 23000 (2500 + Χ1 – 1200) + 0.014 \* 24000 (2500 + Χ1 + Χ2 – 1200 – 3800) +

0.014 \* 24500 (2500 + Χ1 + Χ2 + Χ3 -1200 – 3800 – 5000) +

0.014 \* 24500 (2500 + Χ1 + Χ2 + Χ3 + Χ4 - 1200 – 3800 – 5000 – 4800) +

0.014 \* 24000 (2500 + Χ1 + Χ2 + Χ3 + Χ4 + Χ5 - 1200 – 3800 – 5000 – 4800 – 3400) +

0.014 \* 26000 (2500 + Χ1 + Χ2 + Χ3 + Χ4 + Χ5 + Χ6 - 1200 – 3800 – 5000 – 4800 – 3400 – 3800) =>

Min Z=23000X1 ​+ 24000X2 ​+ 24500X3 ​+ 24500X4 ​+ 24000X5​ + 26000X6 ​+

322X1 + 418600 + 336X1 + 336X2 – 840000 +

343X1 + 343X2 + 343X3 – 2572500 + 343X1 + 343X2 + 343X3 + 343X4 – 4226700 +

336X1 + 336X2 + 336X3 + 336X4 + 336X5 – 5287200 +

364X1 + 364X2 + 364X3 + 364X4 + 364X5 + 364X6 − 7101000 =>

Min Z=(23000+322+336+343+343+336+364)X1​+(24000+336+343+343+336+364)X2​+(24500+343+343+336+364)X3​+(24500+343+336+364)X4​+(24000+336+364)X5​+(26000+364)X6​+ 418600−840000−2572500−4226700−5287200−7101000 =>

**Min Z=24544X1​ + 24822X2​ + 25186X3 ​+ 25186X4​ + 24686X5 ​+ 26364X6​ – 20583000**

**Περιορισμοί:**

1. **Περιορισμός μη αρνητικότητας :**

Χι : ποσότητα παραγωγής άρα για κάθε ι πρέπει Χι >= 0

1. **Δυναμικότητα παραγωγής:**

Α) Χ1 <= 3500

Β) Χ2 <= 4000

Γ) Χ3 <= 4500

Δ) Χ4 <= 4000

Ε) Χ5 <= 800 \* 12 => Χ5 <= 9600

Ζ) Χ6 <= 600 \* 12 => Χ6 <= 7200

1. **Μηνιαία ζήτηση:**

Α) Χ1 + 2500 >= 1200 => Χ1 >= -1300 (ισχύει αφού παραγωγή Χι >= 0)

Β) Χ1 + Χ2 + 1300 >= 3800 => Χ1 + Χ2 >= 2500

Γ) Χ1 + Χ2 + Χ3 -2500 >= 5000 => Χ1 + Χ2 + Χ3 >= 7500

Δ) Χ1 + Χ2 + Χ3 + Χ4 -7500 >= 4800 => Χ1 + Χ2 + Χ3 + Χ4 >= 12300

Ε) Χ1 + Χ2 + Χ3 + Χ4 + Χ5 -12300 >= 3400 => Χ1 + Χ2 + Χ3 + Χ4 + Χ5 >= 15700

Ζ) Χ1 + Χ2 + Χ3 + Χ4 + Χ5 + Χ6 – 15700 >= 3800 => Χ1 + Χ2 + Χ3 + Χ4 + Χ5 + Χ6 >= 19500

1. **Μέγιστα – Ελάχιστα Αποθέματα:**

Α1) Χ1 + 2500 – 1200 <= 5800 => Χ1 <= 4500 (ισχύει από περιορισμό 2Α)

(προκύπτει από 5800 + ελάχιστη συνολική παραγωγή που υπολογίσαμε στο 3Α)

Α2) Χ1 + 1300 >= 1200 => Χ1 >= -100 (ισχύει αφού παραγωγή Χι >= 0)

Β1) Χ1 + Χ2 - 2500 <= 5800 => Χ1 + Χ2 <= 8300 (ισχύει από 2Α και 2Β)

Β2) Χ1 + Χ2 – 2500 > = 1200 <= Χ1 + Χ2 >= 3800

Γ1) Χ1 + Χ2 + Χ3 -7500 <= 5800 => Χ1 + Χ2 + Χ3 <= 13300 (ισχύει από 2Α-Γ)

Γ2) Χ1 + Χ2 + Χ3 -7500 >= 1200 => Χ1 + Χ2 + Χ3 >= 8700

Δ1) Χ1 + Χ2 + Χ3 + Χ4 -12300 <= 5800 => Χ1 + Χ2 + Χ3 + Χ4 <= 18100 (ισχύει από 2Α-Δ)

Δ2) Χ1 + Χ2 + Χ3 + Χ4 -12300 >= 1200 => Χ1 + Χ2 + Χ3 + Χ4 >= 13500

Ε1) Χ1 + Χ2 + Χ3 + Χ4 + Χ5 -15700 <= 5800 => Χ1 + Χ2 + Χ3 + Χ4 + Χ5 <= 21500

(ισχύει από Ζ1 αφού Χ1 + Χ2 + Χ3 + Χ4 + Χ5 = 20100 – Χ6 Άρα :

20100 – Χ6 <= 21500 => Χ6 >= -1400 )

Ε2) Χ1 + Χ2 + Χ3 + Χ4 + Χ5 -15700 >= 1200 => Χ1 + Χ2 + Χ3 + Χ4 + Χ5 >= 16900

(Τελευταίος μήνας ισότητα)

Ζ1) Χ1 + Χ2 + Χ3 + Χ4 + Χ5 + Χ6 -19500 = 600 => Χ1 + Χ2 + Χ3 + Χ4 + Χ5 + Χ6 = 20100

**Παρατηρούμε ότι αρκετοί περιορισμοί, υπερκαλύπτονται από κάποιους άλλους.**

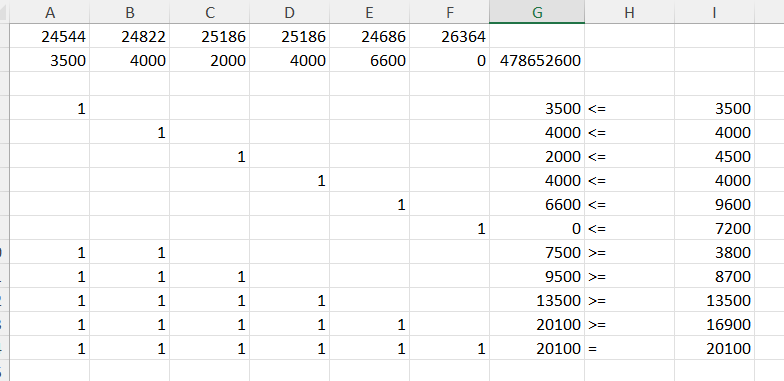
Οι περιορισμοί της ζήτησης απαλείφονται λόγω των περιορισμών των ελαχίστων αποθεμάτων.

Συνεπώς οι τελικοί συνολικοί περιορισμοί:

* Χι >=0 για κάθε ι
* Χ1 <= 3500
* Χ2 <= 4000
* Χ3 <= 4500
* Χ4 <= 4000
* Χ5 <= 9600
* Χ6 <= 7200
* Χ1 + Χ2 >= 3800
* Χ1 + Χ2 + Χ3 >= 8700
* Χ1 + Χ2 + Χ3 + Χ4 >= 13500
* Χ1 + Χ2 + Χ3 + Χ4 + Χ5 >= 16900
* Χ1 + Χ2 + Χ3 + Χ4 + Χ5 + Χ6 = 20100

1. Εύρεση βέλτιστης λύσης

Η βέλτιστη λύση όπως την βρήκαμε από το solver είναι :



Χ1 = 3500

Χ2 = 4000

Χ3 = 2000

Χ4 = 4000

Χ5 = 6600

Χ6 = 0

Ζ = 478652600

1. Δυναμικότητα παραγωγής.

Η δυναμικότητα παραγωγής εξαντλείται στους μήνες 1,2,4. Στους μήνες αυτούς ο αντίστοιχος περιορισμός σχετικά με την δυναμικότητα παραγωγής είναι κορεσμένος.

1. Περιθώριο μείωσης δυνατότητας αποθήκευσης.

Παρατηρούμε ότι οι περιορισμοί δυνατότητας αποθήκευσης κυριαρχούνται από τους περιορισμούς δυναμικότητας παραγωγής (δεν είναι καν στο τελικό μοντέλο του προβλήματος) . Εκτός από τον περιορισμό της ισότητας (στο πέρας του 6μήνου), όλοι οι άλλοι περιορισμοί δεν είναι κορεσμένοι. Συνεπώς σε όλους τους μήνες 1-5 μπορεί να μειωθεί η δυνατότητα αποθήκευσης.

1. Μείωση κόστους 2ου μήνα

Η δυναμικότητα παραγωγής είναι εξαντλημένη στο 2ο μήνα. Συνεπώς η μείωση του κόστους εκείνο το μήνα δε θα μεταβάλει τη ποσότητα παραγωγής (καθώς μείωση κόστους συνεπάγεται ότι η επιχείρηση έχει συμφέρον να παράξει περισσότερο σε εκείνο το μήνα).

Ωστόσο θα μειωνόταν το συνολικό κόστος της επιχείρησης καθώς θα μεταβαλλόταν ο συντελεστής του Χ2 στην αντικειμενική συνάρτηση.